HOY LEEMOS...

Mi media conjetura

Cuento de Javier Rodrigo Hitos



Bachillerato y personas adultas · entrada con cálculo básico **40-50 min**

¿Qué vamos a descubrir?

Distinguir experimentar con ejemplos de demostrar una afirmación universal.

¿Cuándo viene bien?

Al hablar de conjeturas, sucesiones, algoritmos y la necesidad de argumentar.

Para empezar: Reconocer par e impar, multiplicar por tres y dividir entre dos.

Preparamos la mesa

Papel cuadriculado y una tabla de pasos; calculadora opcional.

1 Antes de abrir el cuento

Si algo funciona con diez ejemplos, ¿sabemos que funcionará siempre?

Acordad la regla: si n es par, dividir entre dos; si es impar, calcular 3n + 1.

2 Leemos con pequeñas paradas

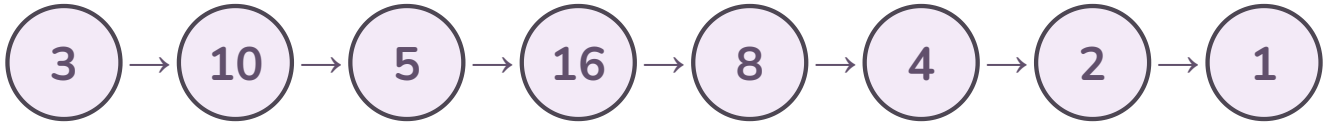
Seguid el ejemplo que empieza en tres y registrad cada paso.

Cuando el personaje afirma haber demostrado una parte, preguntad qué argumento aporta y qué alternativas quedan sin descartar.

DEL CUENTO A NUESTRAS MANOS

El laboratorio de Collatz

Una propuesta para probar, conversar y explicar lo que vamos descubriendo.



Una trayectoria no demuestra todos los casos.

1 Empezad en 3 y anotad la sucesión hasta la primera llegada a 1. Contad pasos y registrad el máximo.

2 Repetid con 6 y con 7. Comparad lo que sugieren estos tres experimentos sin convertirlo en una prueba general.

3 Continuad desde 1 durante tres pasos. Debatid qué significaría un ciclo diferente o una trayectoria no acotada.

Antes de recoger...

¿Qué sabemos después de comprobar nuestros tres números y qué sigue sin estar demostrado?

Fíjate en esto: Describe el alcance de los ejemplos y no presenta una comprobación finita como demostración para todos los enteros positivos.

A SU RITMO

Distintos caminos para avanzar

Elige los apoyos y retos que ayuden a pensar, sin correr.

Si necesita una mano

- Usad dos tarjetas visibles para las dos reglas.
- Anotad en una columna el número y en otra la operación aplicada.
- Elegid 3 y 6 antes de probar trayectorias más largas.

Si quiere ir más allá

Programad el algoritmo con un límite de pasos y explicad por qué detener el programa no demuestra divergencia.

Para comprobar juntos

- Desde 3: 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1; son 7 pasos y el máximo es 16.
- Desde 6 se llega por primera vez a 1 en 8 pasos; desde 7, en 16 pasos, con máximo 52.
- Si seguimos desde 1 aparece el ciclo 1 → 4 → 2 → 1.

Unas pistas para acompañar bien

> El relato no aporta una demostración. La afirmación de que solo caben llegar a uno o «a infinito» omite, entre otras cosas, la necesidad de descartar otros ciclos.

> Infinito no es un último término al que se llega. La fuente de ampliación describe un resultado parcial, no una solución general de la conjetura.

Lo bonito es descubrirlo y poder explicarlo.

Leer el cuento original en CuentaMates · Terence Tao · resultado parcial sobre Collatz

Cuento: Javier Rodrigo Hitos. Actividades y guía didáctica: CuentaMates. Niveles y tiempos orientativos. Las propuestas de esta guía son nuevas y no se atribuyen a la autoría del relato.