HOY LEEMOS...

El número cinco

Cuento de Javier Rodrigo Hitos



Bachillerato y personas adultas **45-55 min**

¿Qué vamos a descubrir?

Reconocer que comprobar un patrón inicial no basta para generalizarlo y buscar un contraejemplo.

¿Cuándo viene bien?

Al conectar grafos, números de Fermat y el papel de los ejemplos en una afirmación matemática.

Para empezar: Calcular potencias y representar conexiones entre varios puntos.

Preparamos la mesa

Cinco puntos dibujados, lápices de colores y calculadora para las potencias grandes.

1 Antes de abrir el cuento

Si una propiedad funciona para los cuatro primeros casos, ¿qué sabemos del quinto?

Dibujad las conexiones de grupos de dos y tres puntos.

2 Leemos con pequeñas paradas

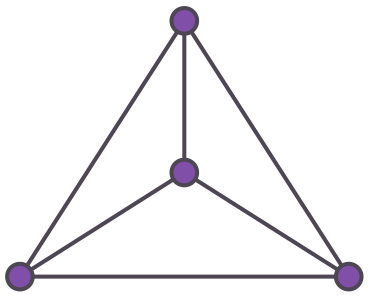
Anotad qué afirmaciones del relato son ejemplos demostrados y cuáles aluden a problemas de investigación.

Elegimos dos hilos que podemos comprobar: grafos completos y números de Fermat.

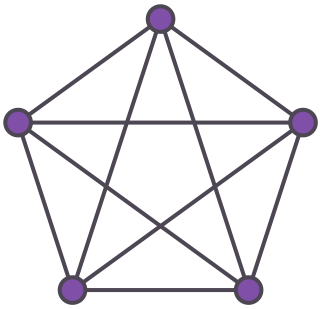
DEL CUENTO A NUESTRAS MANOS

Cuando el patrón se rompe

Una propuesta para probar, conversar y explicar lo que vamos descubriendo.



K4 · 6 aristas



K5 · 10 aristas

1 Dibujad K3 y K4, con cada par de vértices unido. Buscad una representación sin cruces para K4.

2 Contad las aristas de K5 y comparad con el límite $3v - 6$ para grafos planos simples con $v \geq 3$.

3 Calculad F0 a F4 con $F_n = 2^{(2^n)} + 1$. Comprobad la factorización que hace compuesto a F5.

Antes de recoger...

¿Qué prueba que K5 no es plano, más allá de no haber encontrado un dibujo cómodo?

Fíjate en esto: Distingue un intento fallido de un argumento y utiliza una cota que realmente impide la representación plana.

A SU RITMO

Distintos caminos para avanzar

Elige los apoyos y retos que ayuden a pensar, sin correr.

Si necesita una mano

- Enumerad cada pareja una sola vez para contar aristas.
- Usad n(n−1)/2 con un ejemplo pequeño antes de generalizar.
- Entregad los valores grandes de Fermat y centraos en comprobar el producto.

Si quiere ir más allá

Explorad por qué una ecuación de quinto grado concreta puede tener soluciones sencillas aunque no exista una fórmula por radicales para todas las de ese grado.

Para comprobar juntos

- K3 tiene 3 aristas, K4 tiene 6 y K5 tiene 10. Para cinco vértices, la cota plana es 9; 10 la supera.
- F0 = 3, F1 = 5, F2 = 17, F3 = 257 y F4 = 65537: son cinco términos primos, contando desde n = 0.
- F5 = 4294967297 = 641 × 6700417, por lo que es compuesto.
- La ausencia de una fórmula general por radicales para grado cinco no significa que ninguna ecuación de ese grado pueda resolverse ni aproximarse.

Unas pistas para acompañar bien

> El relato incluye afirmaciones históricas y sobre investigación que no usamos como resultados actuales sin revisión; esta guía se centra en los dos hilos verificables.

> Para demostrar no planaridad mediante 3v − 6 se necesitan las hipótesis de grafo simple y al menos tres vértices.

Lo bonito es descubrirlo y poder explicarlo.

Leer el cuento original en CuentaMates

Cuento: Javier Rodrigo Hitos. Actividades y guía didáctica: CuentaMates. Niveles y tiempos orientativos. Las propuestas de esta guía son nuevas y no se atribuyen a la autoría del relato.