HOY LEEMOS...

El club de la señora Matemática

Cuento de Javier Rodrigo Hitos



Bachillerato y primeros cursos universitarios **45-60 min**

¿Qué vamos a descubrir?

Distinguir continuidad, derivabilidad e integrabilidad mediante ejemplos y contraejemplos.

¿Cuándo viene bien?

Al revisar qué implicaciones entre propiedades de funciones son válidas y cuáles no.

Para empezar: Leer gráficas y conocer continuidad; derivadas e integrales según el nivel elegido.

Preparamos la mesa

Tres gráficas o tablas de funciones en el intervalo [−1,1] y tarjetas con sus propiedades.

1 Antes de abrir el cuento

¿Una función que se puede integrar tiene que ser continua?

Preparad tres salas: derivables, continuas e integrables en el intervalo de trabajo.

2 Leemos con pequeñas paradas

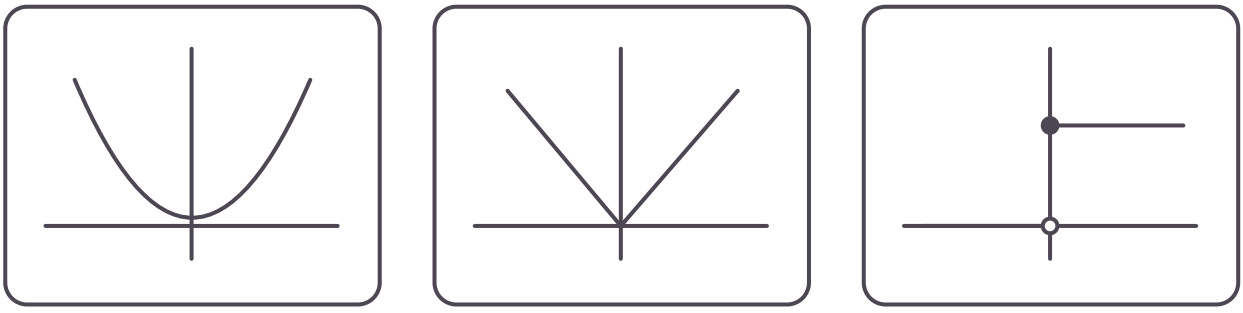
Elegid las primeras funciones que llegan al club y anotad qué propiedad se les atribuye.

No es necesario trabajar todas las alusiones topológicas y fractales para comprender los primeros contraejemplos.

DEL CUENTO A NUESTRAS MANOS

La puerta del club

Una propuesta para probar, conversar y explicar lo que vamos descubriendo.



1 Estudiad $f(x) = x^2$ y $g(x) = |x|$ en $[-1,1]$. Comparad continuidad y comportamiento de sus pendientes en cero.

2 Añadid $h(x) = 0$ si $x < 0$ y $h(x) = 1$ si $x \geq 0$. Discutid su salto y el área bajo la gráfica.

3 Colocad las tres tarjetas en las salas apropiadas y justificad qué ejemplo refuta cada implicación falsa.

Antes de recoger...

¿Cuál de nuestras funciones demuestra que continua no implica derivable en todos los puntos?

Fíjate en esto: Acompaña cada clasificación de una propiedad comprobable y usa un contraejemplo válido.

A SU RITMO

Distintos caminos para avanzar

Elige los apoyos y retos que ayuden a pensar, sin correr.

Si necesita una mano

- En Bachillerato, limitaos a las tres funciones propuestas.
- Observad las pendientes laterales de |x| antes de formalizar.
- Dibujad las salas como conjuntos incluidos, no como etiquetas excluyentes.

Si quiere ir más allá

En universidad, comparad integrabilidad de Riemann y Lebesgue con la función indicadora de los racionales en [−1,1].

Para comprobar juntos

- x^2 es derivable y continua; |x| es continua y no es derivable en cero. Ambas son integrables en [−1,1].
- La función escalón h tiene un salto en cero y es integrable de Riemann; su integral en [−1,1] vale 1.
- En el intervalo dado: derivable implica continua y continua implica integrable de Riemann. Las conversas fallan.
- La indicadora de Q no es integrable de Riemann; sí lo es de Lebesgue, con integral 0.

Unas pistas para acompañar bien

> Fijamos un intervalo cerrado y acotado para estas afirmaciones sobre integrabilidad; el dominio importa.

> El texto mezcla alusiones avanzadas y humor adulto. No hace falta abordar la teoría de dimensión o las distribuciones en una primera lectura.

Lo bonito es descubrirlo y poder explicarlo.

Leer el cuento original en CuentaMates

Cuento: Javier Rodrigo Hitos. Actividades y guía didáctica: CuentaMates. Niveles y tiempos orientativos. Las propuestas de esta guía son nuevas y no se atribuyen a la autoría del relato.